

УДК 519.651.2

Слободяник А.Д.

Вінницький національний технічний університет

Коваль Л.Г.

Вінницький національний технічний університет

Гомолінський В.О.

Вінницький національний технічний університет

Криворучко І.О.

Вінницький національний технічний університет

Клапоуцак А.Ю.

Вінницький національний технічний університет

ОСНОВИ ІНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ АПРОКСИМАЦІЇ ДАНИХ В ОПТОЕЛЕКТРОНІЦІ

У статті розглядається можливість застосування інтервального аналізу під час графічного представлення експериментальних результатів у фізичному експерименті оптоелектроніки. Обрана тематика стосується оптики, зокрема явищ, що підтверджують хвильову природу світла і факт поперечних електромагнітних світлових хвиль. Представлені практичні результати можливості застосування методу апроксимації функції, коли функція задається таблично у вигляді масиву даних.

Ключові слова: інтервальні дані, апроксимальна функція, оптоелектроніка, поляризація, інтерполяція.

Постановка проблеми. Інтенсивний розвиток обчислювальної техніки створив умови для побудови складних систем, де частка програмної складової частини суттєво перевищує частку апаратної. До таких систем відносять програмно-апаратні комплекси для екологічного моніторингу довкілля. Однією із задач, яку розв'язують вказані системи, є оцінювання просторового розподілу концентрацій шкідливих викидів хімічних речовин та співставлення їх із граничнодопустимими. Особливістю таких систем є наявність програмних модулів для моделювання процесів поширення шкідливих викидів на основі експериментальних даних, отриманих із застосуванням спектроаналізаторів, які характеризуються достатньо низькою точністю вимірювань. У цьому випадку апріорну невизначеність доцільно описувати в інтервальному вигляді, а побудову математичних моделей здійснювати на методах макромоделювання із застосуванням аналізу інтервальних даних.

У зв'язку з розвитком фізико-технічних досліджень у різних галузях науки і техніки, зокрема механіці, теплотехніці, оптиці, оптоелектроніці, літакобудівництві, виникла необхідність обчислення не тільки наближених рішень різноманіт-

них задач, але й гарантованих оцінок їх близькості до точних рішень. Використання методів інтервальної математики дозволяє представити опис невизначених даних та врахувати неточність результатів обчислювальних операцій.

Інтервальна арифметика, або інтервальний аналіз – це математична структура, яка для дійсних інтервалів визначає операції, аналогічні звичайним арифметичним. Цю область математики називають також інтервальним аналізом або інтервальними обчисленнями. Дана математична модель є зручною для дослідження різних прикладних об'єктів:

Величини, значення яких відомо тільки наближено, тобто визначений кінцевий інтервал, в якому ці значення знаходяться.

Величини, значення яких у ході обчислень змінюються помилками заокруглення.

Випадкові величини.

Об'єкти і операції інтервальної арифметики можна розглядати як узагальнені моделі дійсних чисел, тому інтервали в ряді літературних джерел називають інтервальними числами. Практична важливість цієї моделі пов'язана з тим, що результати вимірювань і обчислень майже завжди мають деяку похибку, яку необхідно врахувати і оцінити.

Для ілюстрації правил виконання операцій класичної інтервальної арифметики розглянемо такі інтервальні числа: $[a]=[a^-;a^+]$, $[b]=[b^-;b^+]$, $[c]=[c^-;c^+]$. Позначимо за a, b, c дійсні числа, які належать до вказаних інтервалів відповідно. Тоді правило виконання операцій класичної інтервальної арифметики таке: «Якщо $[c^-;c^+]=[a^-;a^+] \circ [b^-;b^+]$, $a \in [a^-;a^+]$, $b \in [b^-;b^+]$, то $a \circ b \in [c^-;c^+]$, де символ $\circ$ - означає арифметичну операцію із набору $\{+, -, *, /\}$ ». Результати операцій додавання, віднімання, ділення та множення над інтервалами можна записати явно за допомогою таких формул:

$[a]+[b]=[a^-+b^-; a^++b^+]$, $[a]-[b]=[a^- - b^+; a^+ - b^-]$, $[a]/[b]=[a^- \cdot 1/b^+; 1/b^-]$, $[a] \cdot [b]=[\min\{a^- \cdot b^-, a^- \cdot b^+, a^+ \cdot b^-, a^+ \cdot b^+\}; \max\{a^- \cdot b^-, a^- \cdot b^+, a^+ \cdot b^-, a^+ \cdot b^+\}]$.

У методах інтервального аналізу враховують похибки у вхідних даних та похибки заокруглень на ЕОМ. У результаті всі дані набувають вигляду скінченних числових інтервалів.

Інтервалом називають замкнутий відрізок дійсної осі, а інтервальна невизначеність – це стан неповного (часткового) знання про величину, яка нас цікавить, коли відома її приналежність до деякого інтервалу, тобто коли ми можемо лише вказати границі можливих значень цієї величини (границі її зміни). Відповідно, інтервальний аналіз – це галузь математичного знання, яка досліджує задачі з інтервальними невизначеностями і методи їх розв'язування.

Існує і більш розгорнуте визначення інтервального аналізу. Кожна наукова дисципліна характеризується, як відомо, своїм окремим предметом і власним специфічним методом. Інтервальний аналіз – це розділ математики,

предметом якого є рішення задач з інтервальними невизначеностями і неоднозначностями в даних, які виникають або в умовах задачі, або в процесі її розв'язування;

характерною особливістю є розгляд множини невизначеності як самостійних цілісних об'єктів за рахунок встановлення арифметичних, аналітичних і т.д. операцій і відношень між ними.

Інтервальний аналіз і його специфічні методи мають, таким чином, найвищу цінність у задачах, де невизначеності і неоднозначності виникають із самого початку і являються невід'ємною частиною постановки задачі. Але це ні в якому разі не виключає інших плідних застосувань інтервального аналізу, зокрема в задачах, які формуються взагалі без застосування поняття інтервалу. Наприклад, в останні роки інтервальний аналіз отримав широке застосування в якості основи для так званих доведень (достовірних, надійних)

обчислень на ЕОМ, обчислень із гарантійною точністю і т.д., не дивлячись на те, що в такому застосуванні інтервальні методи є лише тільки допоміжним засобом для розв'язування задач, неінтервальних за своєю природою.

Метод інтервального аналізу за своєю природою алгоритмічний і для доведення розв'язку вимагає реалізації на обчислювальній машині, тому не випадково, що в докомп'ютерну епоху розвиток інтервального аналізу не відбувся.

Однак вже всередині минулого століття у зв'язку з розвитком методів наближених обчислень і особливо з появою і поширенням перших ЕОМ потреба в інтервальному аналізі і оцінках тала досить гострою. Це свідчить про те, що перші роботи з інтервального аналізу з'явилися практично одночасно і незалежно в Радянському Союзі, США, Японії і Польщі.

Сучасний інтервальний аналіз і інтервальні методи спочатку виникли як засіб автоматичного врахування помилок округлень під час розрахунків із кінцевою точністю представлення чисел, зокрема, під час обрахунків на цифрових ЕОМ із кінцевою розрядною сіткою.

Однак ідеї, які покладені в основу нового наукового напрямку, виявились значно ширшими, ніж чисте заокруглення чисел. Досить швидко виявилось, що зароджуються нові інтервальні підходи і моделі, які отримують надзвичайно важливе застосування як мова запису деякого особливого класу невизначеностей, так званих обмежених за величиною невизначеностей.

Інтервальне представлення невизначеності стало привертати більшу увагу математиків і практиків експериментаторів тому, що воно є найменш обмеженим і відповідає широкому класу прикладних практичних задач, в яких часто немає основ або недостатньо інформації для того, щоб розглядати цю невизначеність як випадкову, тобто яка підлягає теоретично-ймовірнісним моделям. Інтервальний аналіз і створена практично одночасно з ним теорія нечітких множин з'явилися відповіддю на виклик практичних потреб, що бурхливо розвиваються і які вимагають розвитку апарату для врахування невизначеностей нестатистичної природи. При цьому інтервальний аналіз виявився здатним досліджувати змістовні моделі, які базуються на найбільш важливих припущеннях про характер невизначеності.

Характерною особливістю досліджень, в яких інтервальний аналіз використовується для доведень обчислень на цифрових ЕОМ із кінцевою розрядною сіткою (тобто для отримання математично

гарантованих результатів з врахуванням помилок заокруглення), є допущення про малі інтервали зміни вхідних даних, що дозволяє в багатьох випадках здійснювати асимптотичний аналіз і т.д. При цьому похибки обчислень необхідно враховувати в більшості операцій на ЕОМ, які формують остаточний результат. Суттєвий вплив на праці за цією тематикою здійснюють особливості обчислювальних машин і процесорів, їх архітектура, мови програмування і т.д.

Розглянуті задачі, пов'язані з моделюванням об'єктів за умов інтервальних даних, можуть бути розв'язані за допомогою інтервального підходу, теоретичною основою якого є інтервальні обчислення.

Основи інтервального аналізу були розроблені на вимогу часу як засіб урахування похибок під час розрахунків на ЕОМ і описані в монографії Р. Мура (R. Moore) за назвою «Intervalanalysis» у 1966 р. [1]. Перша праця серед вітчизняних вчених за даним напрямком була опублікована Канторовичем Л. В. у «Сибірському математичному журналі» у 1962 р. [2]. Основна ідея інтервальних обчислень полягає у представленні дійсного числа не одним машинним числом, а двома, які задають його гарантовані межі.

Усі задачі, які розв'язують із застосуванням інтервальних обчислень, можна поділити на дві групи [3, 4]: задачі з неточними – інтервальними даними та задачі з точними даними. Перші пов'язані з обчисленням множини розв'язків, а другі – з її поступовим уточненням. Прикладом задачі, яку відносять до першої групи, є задача розв'язування системи лінійних рівнянь з інтервальними коефіцієнтами. Для задач із точними даними інтервальний аналіз використовують у методах, які породжують послідовність меж, що збігаються до розв'язку. Прикладом таких задач є задача локалізації коренів нелінійного рівняння.

Значні проблеми виникають під час реалізації інтервальних обчислень, коли традиційні чисельні методи безпосередньо переносять на інтервальні числа. У результаті такого перенесення відбувається значне розширення результатуючих інтервалів. Інші проблеми, які стосуються інтервальних обчислень, пов'язані з виконанням операції ділення на інтервали, які включають нуль. Унаслідок розширення інтервалів під час реалізації обчислень такі ситуації виникають достатньо часто. Проблеми, пов'язані із застосуванням класичної інтервальної арифметики, іноді можна розв'язати з використанням розширених інтервальних арифметик [5–10]. Ширина резуль-

туючого інтервалу в інтервальних обчисленнях залежить від порядку виконання операцій.

У роботі [11] розглянуто багатовимірну поліноміальну апроксимацію залежностей інтервальних даних. Проведено тестування програм на інтервальних та неінтервальних величинах для визначення ефективності підходу. Розроблений метод дозволяє підвищити точність у задачах оброблення експериментальних даних, заданих в умовах невизначеності.

У випадку табличної заданої функції перетворення для її апроксимаційного представлення переважно використовують інтерполяційні методи, частковим випадком яких є поліноміальна та раціональна інтерполяція. Інший варіант апроксимації – середньоквадратичне наближення, яке полягає в мінімізації квадратів відхилень від табличних даних. У випадку коли функція перетворення задана складним аналітичним виразом, для наближення застосовують розклад у ряд Тейлора або Фур'є. Найбільшою перевагою інтерполювання та середньоквадратичних наближень є порівняно невелика обчислювальна складність, що сприяє їх поширенню в багатьох застосуваннях. Однак досить часто під час обробки результатів вимірювань фізичних величин виникає необхідність побудови рівномірних наближень, які гарантують відхилення від представленої аналітичним виразом чи за допомогою таблиці функції на величину, що не перевищує заданого наперед значення.

З усіх існуючих методів наближень найменшу похибку на заданому інтервалі апроксимації забезпечує найкраще чебишовське наближення, яке шукається як розв'язок оптимізаційної задачі. Апроксимуючу функцію доцільно при цьому вибирати, виходячи з властивостей наближуваної функції. Тоді параметри апроксимуючого виразу обчислюють із умови мінімізації максимальної похибки на проміжку наближення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Як правило, для наближень експериментальних залежностей використовують многочлени та раціональні многочлени. Цій тематиці присвячені роботи В.Б. Дудикевича, О.І. Лаушник, Я.Б. Попова. Однак використання поліноміального опису на практиці ускладнюється його обчислювальною громіздкістю, зумовленою високим порядком поліному. Але відомі цілі класи первинних термодетерміювачів (зокрема, арсенід-галієві та германієві термометри опору), градувальні характеристики яких є нелінійними, що зумовило застосування нелінійних чебишовських наближень, які розглядаються в роботах

Р.А. Воробеля, В.Б. Дудикевича, П.С. Малачівського, Б.О. Попова. Отже, для зазначених первинних перетворювачів оптимальними є наближуючі вирази, нелінійні відносно параметрів.

Питанням розроблення теорії і методів чисельного наближення функціональних залежностей многочленами, раціональними, нелінійними виразами та сплайн-функціями, а також застосуванню цих методів для розв'язування технічних задач присвячена значна кількість наукових праць Ю.С. Зав'ялова, М.П. Корнійчука, А.О. Лигуна, В.Н. Малоземова, Г. Мейнардуса, Дж. Ватсона, Є.Я. Ремеза, Б.О. Попова, Дж. Р. Райса, Г. С. Теслера та ін.

Виклад основного матеріалу. Практична реалізація інтервального методу в оптичних дослідженнях. У цій роботі розглядається можливість застосування інтервального аналізу під час графічного представлення експериментальних результатів у фізичному експерименті оптоелектроніки. Обрана тематика стосується оптики, зокрема явищ, що підтверджують хвильову природу світла і факт поперечних електромагнітних світлових хвиль. Відповідно до теорії будь-яке джерело світла є сукупністю дуже великого числа окремих незалежних випромінювачів світла (атомів, молекул або тих і інших одночасно). Згідно з електромагнітною теорією Максвелла світло є поперечною електромагнітною хвилею.

Результати експериментів щодо вивчення розповсюдження світла в різних середовищах дозволили встановити існування двох станів світла: природного та поляризованого.

Поляризованим є світло з переважним напрямком коливань: для одного з поперечних напрямків або для деякого напрямку повороту вектора напруженості електричного поля. Умовно розглядають тільки електричні коливання внаслідок більш важливої ролі електричного поля в більшості процесів, що відбуваються під час взаємодії світла з речовиною.

Поляризоване світло наочно зображують за допомогою проекційної картини – проекції вектора E на площину, перпендикулярну до променя (рис. 1). Якщо коливання вектора E відбуваються в деякій площині, то світло називається плоскополяризованим, або лінійно-поляризованим (рис. 1а).

Лінійно-поляризоване світло має нескінченну множину форм із різними азимутами α . Якщо величина вектора E постійна в часі і його напрям змінюється так, що описує коло, то світло називається циркулярно-поляризованим (рис. 1б). Цей тип поляризації має дві форми, що відрізняються напрямом обертання вектора E .

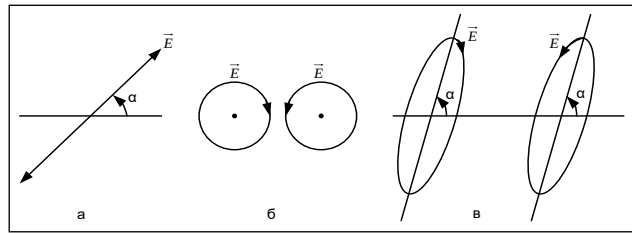


Рис. 1

Якщо величина вектора E змінюється за часом і кінець цього вектора описує еліпс, то світло називається еліптично-поляризованим (рис. 1 в). Воно має нескінченну множину форм, що відрізняються азимутом α , ексцентриситетом і напрямом обертання.

Поляризоване світло за своєю природою є елементарним: монохроматичний промінь поляризованого світла вже неможливо розкласти на більш прості складові частини.

Монохроматичне світло є поляризованим. Однак будь-який реальний промінь світла завжди має помітний діапазон частот. Тому в ньому одночасно можуть мати місце різні форми поляризації. Поки що не знайдений задовільний спосіб наочного опису природного світла. Умовно прийнято зображати природне світло у вигляді зірочки з великим числом векторів E , але це зображення не відбиває найбільш важливих властивостей природного світла (рис. 2). Площина, в якій відбуваються коливання вектора E , називається площиною коливань. Площина, перпендикулярна до площини коливань, називається площиною поляризації.

Фізіологічна дія поляризованого світла на сітківку ока нічим не відрізняється від дії природного світла. Тому для вивчення його властивостей необхідні пристрої для його одержання і дослідження.

Пристрій, що дає можливість одержувати поляризовані промені, називається поляризатором, а пристрій, що дозволяє виявити наявність поляризованого світла, – аналізатором. Слід відмітити, що обидва ці пристрої можуть взаємозамінюватися.

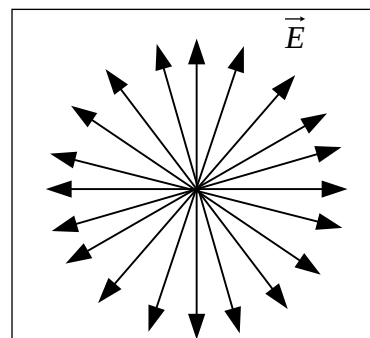


Рис. 2

Особливістю поляризатора і аналізатора є те, що вони можуть пропускати світлові хвилі, електричний вектор напруженості яких коливається лише у строго визначеному напрямі. Такий напрям називається головним.

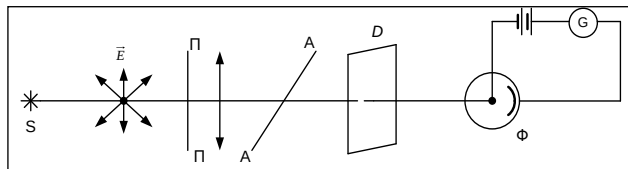


Рис. 3

Розглянемо установку (рис.3), що складається з джерела світла S, поляризатора П, аналізатора А, фотоелемента Ф, гальванометра Г. Після проходження через поляризатор П світло стає плоскополяризованим. Аналізатор може пропускати тільки ті коливання $\vec{E}$, які збігаються з його головним напрямком АА. Якщо головні напрямки поляризатора ПП і аналізатора АА збігаються, то інтенсивність світла, що проходить через аналізатор А, буде максимальною.

Коли головні напрямки поляризатора і аналізатора утворюють між собою деякий кут φ , інтенсивність світла, що проходить, буде мати проміжне значення. Встановлений зв'язок між інтенсивністю променя, що проходить, і кутом φ виражається законом Малюса.

Ураховуючи, що інтенсивність коливань пропорційна квадрату амплітуди, маємо:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Це співвідношення виражає закон Малюса.

Графічно цей закон можна представити за допомогою математичного редактора Mathcad. Представлений результат показано у двох варіантах: 1) графік побудовано за аналітичною формулою $I = I_0 \cos^2 \varphi$, в якій значення кута φ задається з інтервалу $[0..360^\circ]$, I_0 відоме число; 2) графік будується за отриманими результатами, що занесені у відповідні масиви А і В.

Представлення випадку 1):

Представлення випадку 2) за отриманими результатами експерименту, які внесені до відповідних масивів:

Порівняння графіків, отриманих двома методами, дає можливість оцінювати точність експерименту. Для цього можна застосовувати різні методи апроксимації функцій.

Апроксимація функцій. Поняття про наближення функцій. Нехай величина «у» є функцією аргумента «х», тобто будь-якому значенню «х» з області визначення поставлено у відповідність значення «у».

На практиці досить часто бувають випадки, коли неможливо записати зв'язок між «х» та «у» у вигляді деякої залежності $y = f(x)$. Найбільш поширеним випадком, коли вид зв'язку між параметрами x та y невідомий, є задання цього зв'язку у вигляді таблиці $\{x_i, y_i\}$. Це означає, що дискретній множині значень аргумента $\{x_i\}$ поставлена у відповідність множина значень функції $\{y_i\}$ ($i = 0, n$). Цими значеннями можуть бути, наприклад, експериментальні дані. На практиці можуть бути потрібні значення величини y і в інших точках, відмінних від вузлів x_i . Однак одержати ці значення можна тільки експериментальним шляхом, що не завжди зручно і вигідно.

Із точки зору економії часу та засобів доцільно було б використати наявні табличні дані для наближеного обчислення шуканого параметра «у» при будь-якому значенні (з деякої області, звичайно) визначального параметра «х», оскільки точний зв'язок $y = f(x)$ невідомий.

Цій меті служить задача про наближення (апроксимацію) функцій:

Цій меті служить задача про наближення (апроксимацію) функцій:

– дану функцію $f(x)$ потрібно наближено замінити (апроксиму-

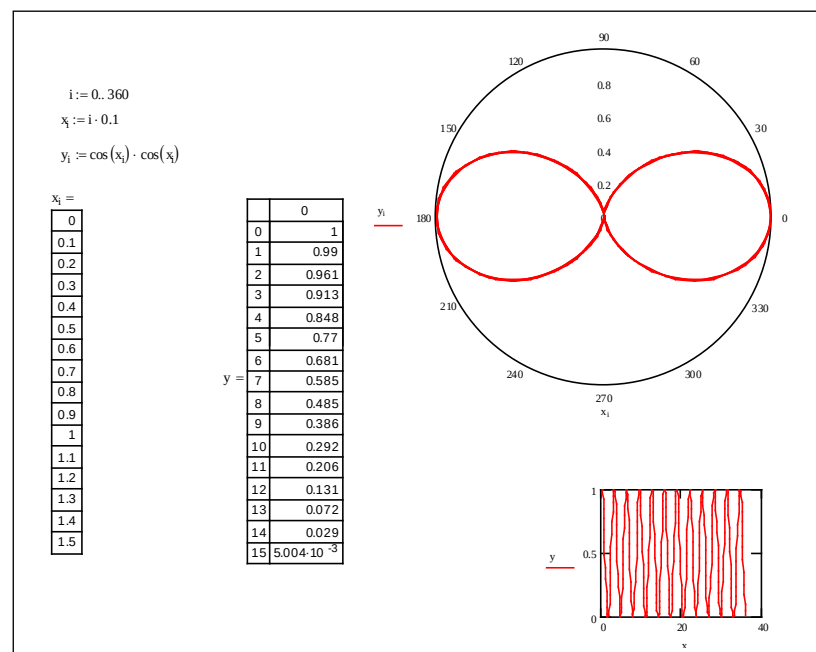


Рис. 4

вати) деякою функцією $\varphi(x)$ так, щоб відхилення (в певному розумінні) $\varphi(x)$ від $f(x)$ в заданій області було найменшим. При цьому функція $\varphi(x)$ називається апроксимуючою.

Наприклад, у тому випадку, коли функція $f(x)$ задається у вигляді таблиці значень, задача апроксимації полягає в наступному: за табличними даними підібрати таку аналітичну залежність $\varphi(x)$, яка мала б просту структуру, згладжувала б особливості заданої експериментальної таблиці і найкращим чином відбивала б загальний хід зміни $f(x)$ в середньому. Тобто основна мета апроксимації – одержати швидкий (економний) алгоритм обчислення значень $f(x)$ для значень x , що не містяться в таблиці даних. Основне питання апроксимації – як вибрати $\varphi(x)$ і як оцінити відхилення $\varphi(x)$ від $f(x)$.

На практиці досить часто $\varphi(x)$ вибирається із класу алгебраїчних поліномів (многочленів)

$$\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m \quad (1)$$

Якщо початкова функція задана таблично, тобто на множині окремих точок, то апроксимація називається точковою. Якщо ж початкова функція задана на неперервній множині точок (наприклад, на відрізку $[a; b]$), то апроксимація називається інтегральною (неперервною).

Одним із основних типів точкової апроксимації є інтерполяція. Вона полягає в наступному: для даної функції $y = f(x)$ будують функцію $\varphi(x)$, яка в заданих точках x_i ($i = \overline{0, n}$) приймає ті ж значення, що і функція $f(x)$, тобто

$$\varphi(x_i) = f(x_i),$$

а в решті точок відрізка $[a; b]$ з області визначення $f(x)$ наближено представляє $f(x)$ з деякою похибкою. Точки x_i називають вузлами інтерполяції, а $\varphi(x)$ – інтерполюючою функцією. Найчастіше інтерполюючу функцію $\varphi(x)$ виражають через алгебраїчний многочлен степені m .

Середньо-квадратичне наближення. Степінь полінома m при цьому, як правило, значно менша від n . На практиці не вище 5,6. Мірою відхилення многочлена $\varphi(x)$ від заданої функції $f(x)$ на множині точок (x_i, y_i) ($i = \overline{0, n}$) є величина S , яка дорівнює сумі квадратів різниць між значеннями многочлена та функції в даних точках

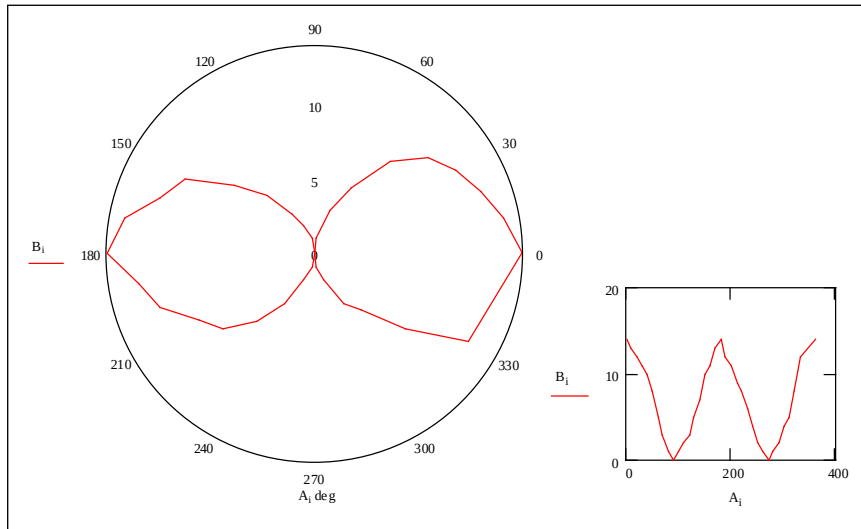


Рис. 5

$$S = \sum_{s=0}^n [\varphi(x_i) - y_i]^2$$

Під час побудови апроксимуючого многочлена потрібно підібрати коефіцієнти $a_0, a_1, \dots, a_m$ так, щоб величина S була мінімальною. У цьому полягає ідея методу найменших квадратів.

Рівномірне наближення. У багатьох випадках, особливо під час оброблення експериментальних даних, середньоквадратичне наближення зручне, оскільки воно згладжує деякі неточності функції $f(x)$ і дає достатньо правильне уявлення про неї. Однак іноді ставиться більш жорстка умова і вимагається, щоб у всіх точках деякого відрізка $[a, b]$ модуль відхилення многочлена $\varphi(x)$ від $f(x)$ був менший від деякого ε

$$|f(x) - \varphi(x)| < \varepsilon, \quad a \leq x \leq b$$

У цьому випадку маємо рівномірну апроксимацію. Тепер введемо такі поняття. Абсолютним відхиленням Δ многочлена $\varphi(x)$ від функції $f(x)$ на

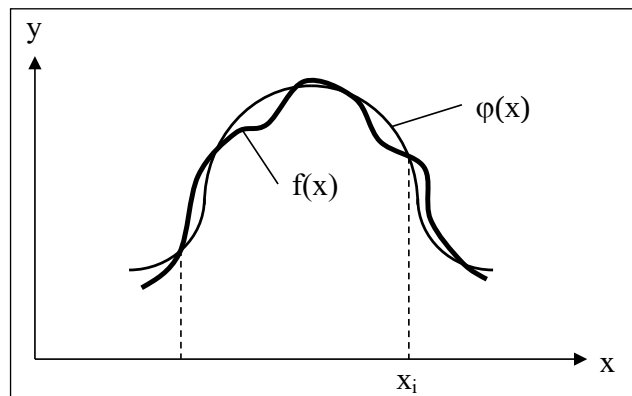


Рис. 6

відрізку $[a, b]$ називається максимальне значення абсолютної різниці між ними на даному відрізку:

$$\Delta = \max |f(x) - \varphi(x)|, \quad a \leq x \leq b$$

За аналогією можна ввести середньоквадратичне відхилення

$$\bar{\Delta} = \sqrt{\frac{S}{n}}$$

На рисунку 7 показано відмінність цих двох видів наближень.

Рівномірне середньоквадратичне

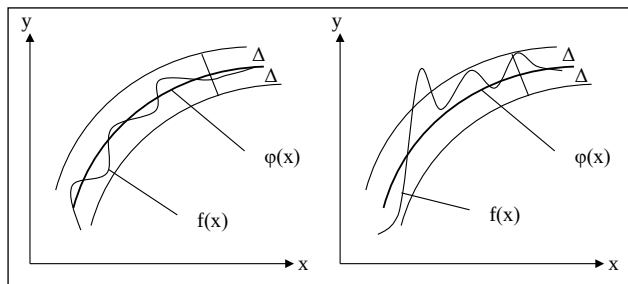


Рис. 7. Різні види наближень

Існує також поняття найкращого наближення функції $f(x)$ многочленом $\varphi(x)$ фіксованої степені m . У цьому випадку коефіцієнти многочлена $a_0, a_1, \dots, a_m$ слід вибирати так, щоб на заданому відрізку $[a, b]$ значення абсолютного відхилення Δ було мінімальне. Многочлен $\varphi(x)$ при цьому називається многочленом найкращого рівномірного наближення.

Таким чином, можна дати чітке означення процесу апроксимації і визначити похибку під час його застосування. Апроксимація (Approximation) взагалі – це наближений опис однією функцією (апроксимувальною) заданого вигляду іншої функції (апроксимованої), яка задається в будь-якому вигляді (у процесі апроксимації даних вона задається у вигляді масивів даних).

Існує два головних підходи до апроксимації даних [12; 13]. При одному з них вимагають, щоб апроксимувальна крива (можливо кусково-гладка) проходила через всі точки, які задані таблицею. Це можна зробити за допомогою методів інтерполяції, які були розглянуті вище. У випадку іншого підходу дані апроксимують простою функцією,

яка використовується при всіх табличних значеннях, але не обов'язково, щоб вона проходила через усі точки. Такий підхід зветься припасуванням кривої, яку прагнуть провести так, щоб її відхилення від табличних даних було мінімальним. Як правило, користуються методом найменших квадратів (МНК), тобто зводять до мінімуму суму квадратів різниць між значенням функції, яка визначена обраною кривою, та таблицею.

Нехай у таблиці задана $(n-1)$ точка $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ і треба знайти апроксимувальну криву $g(x)$ в діапазоні $x_0 \leq x \leq x_n$ (рис. 6). У цьому випадку похибка в кожній табличній точці буде

$$\varepsilon_i = g(x_i) - y_i$$

Тоді сума квадратів похибок визначається виразом:

$$E = \sum_{i=0}^n [g(x_i) - y_i]^2$$

Таким чином, розкрита основна мета апроксимації – одержати швидкий (економний) алгоритм обчислення значень $f(x)$ для значень x , що не містяться в таблиці даних. Представлена похибка та сума квадратів таких похибок під час застосування процесу апроксимації для масивів з інтервальними даними.

Висновки.

1. У роботі представлені можливості математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними та їх застосування до практичних потреб у фізичному експерименті з оптики та оптоелектроніки.

2. Представлені практичні результати можливості застосування методу апроксимації функції, коли функція задається табличною у вигляді масиву даних.

3. Запропоновано окреме розв'язання задачі апроксимації. Коли функція $f(x)$ задається у вигляді таблиці значень, задача апроксимації полягає в наступному: за табличними даними підібрати таку аналітичну залежність $\varphi(x)$, яка мала б просту структуру, згладжувала б особливості заданої експериментальної таблиці і найкращим чином відбивала б загальний хід зміни $f(x)$ в середньому.

Список літератури:

1. Moore R. E. Interval Analysis. Englewood Cliffs. Prentice Hall. 1966. 145 p.
2. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений. Сиб. математ. журнал. 1962. Т. 3. № 5. С. 701–709.
3. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. Москва : Мир, 1987. 360 с.
4. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. Новосибирск : Наука, 1986. 222 с.
5. Яковлев А.Г. Машинная арифметика мультиинтервалов. Вопросы Кибернетики (Научный Совет по компл. проблеме «Кибернетика» АН СССР). 1986. Вып. 125. С. 66–81.

6. Dimitrova N.S., Markov S.M., Popova E.D., Atanassova L., Herzberger J., eds. Extended interval arithmetics: new results and applications. Computer Arithmetic and Enclosure Methods. Amsterdam : Eisevier, 1992. P. 225–232.
7. Hansen E. R. Global optimization using interval analysis – the multidimensional case. *Numerische Mathematik*. 1980. Vol. 34. № 3. P. 247–270.
8. Markov S. M. Extended interval arithmetic involving infinite intervals. *Mathematica Balcanica. New Series*. 1992. Vol. 6. Fase. 3. P. 269–304.
9. Klatte P., Ullrichch. Complex sector arithmetic. *Computing*. 1980. Vol. 24. P. 139–148.
10. Lakeyev A.V. On the computational complexity of the solution of linear systems with moduli. *Reliable Computing*. 1996. Vol. 2. № 2. P. 125–131.
11. Дивак М.П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними. Тернопіль : Видавництво ТНЕУ «Економічна думка», 2011. 216 с.

ОСНОВЫ ИНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ДАННЫХ В ОПТОЭЛЕКТРОНИКЕ

В статье рассматривается возможность применения интервального анализа при графическом представлении экспериментальных результатов в физическом эксперименте оптоэлектроники. Выбранная тематика касается оптики, в частности явлений, подтверждающих волновую природу света и факт поперечных электромагнитных световых волн. Представлены практические результаты возможности применения метода аппроксимации функции, когда функция задается таблично в виде массива данных.

Ключевые слова: интервальные данные, апроксимальная функция, оптоэлектроника, поляризация, интерполяция.

BASIS OF INTERVAL ANALYSIS FOR DATA APROXIMATION IN OPTOELECTRONICS

The article considers the possibility of using interval analysis for graphical representation of experimental results in the physical experiment of optoelectronics. The chosen topics concern optics, in particular phenomena that confirm the wave nature of light and the fact of transverse electromagnetic light waves. Practical results of the possibility of applying the method of approximation of function are presented, when the function is given tabularly in the form of an array of data.

Key words: interval data, approximation function, optoelectronics, polarization, interpolation.